eman ta zabal zazu
universidad del país vasco
euskal herriko unibertsitatea

MATEMÁTICAS PARA LA EMPRESA II
18 de junio de 2001

1) Dada la función: $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{4x+3y^2}{x-1} & (x,y)\neq(1,0)\\ 3 & (x,y)=(1,0)\end{cases}$

   a) Hallar su dominio de definición y representarlo gráficamente. Decir si es un conjunto abierto, cerrado, acotado compacto o convexo.
   b) Estudiar la continuidad de la función. Decir si la función es continua en los puntos (1,3) y (2,4)
   c) Decir si existe $\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)_{(1,0)}$ aplicando la definición de derivada parcial.
   d) Decir si $f(x,y)$ es una función homogénea.

(2,5 puntos)

2) a)Definición de diferenciabilidad de una función.
   b)Demostrar que si una función es diferenciable en un punto, necesariamente tendrá que ser continua en dicho punto. Es decir, demostrar que diferenciabilidad implica continuidad.

(1,5puntos)

3) Dada la siguiente ecuación: $x^2z+y^3+\ln z=0$
   a) Determinar si define a z como función implícita de "x" y de "y" en el entorno del punto (1, -1, 1).
   b) En caso afirmativo hacer la aproximación lineal de z en las proximidades del punto dado y calcular aproximadamente el valor de z en el punto (0'9, -0'8).

(2 puntos)

4) Dado el siguiente programa matemático:

   Optimizar x^2-y
   Sujeta a: $x+y=4$

   a) Resolverlo gráficamente.
   b) Resolverlo por el método de los multiplicadores de Lagrange.
   c) ¿Como afectaría al valor óptimo de la función que la constante de la restricción pasará a ser 5 ?

(2,5 puntos)

5) Conocemos la derivada de la función $f(x)$:

$$f'(x)=\begin{cases}4x^3+2 & x\leq 2\\ \dfrac{x}{x^2-3} & x>2\end{cases}$$

Además sabemos que la función pasa por el punto (1, 1) y que es continua en todo $\Re$.
Calcular $f(x)$

(1,5 puntos)

3 Aldagaien ezabapenaren bidezko soluziorako metodo zuzena.

Kasu orokor batean, helburu-funtzioak n aldagai aske baditu, grafikoan oinarrituz ezingo dugu ebatzi, eta horretarako metodo orokor bat bilatu beharko dugu. Ikasgai honetan murrizketa guztiak berdintzazko ekuazioak izango dira. Beraz, hobereneratze programa matematikoak honela planteatzen dira:

$$\text{hobereneratu } z = f(x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$$
$$\text{non } \begin{cases} g_1(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) = b_1 \\ g_2(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) = b_2 \\ \cdots \\ g_m(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) = b_m \end{cases}$$

Ahal izanez gero murrizketa funtzioak erabiliz m aldagai askatuko dira eta gainontzeko $n - m$ aldagaien menpe definituko dira. Jarraian aldagai hauek